



Simurex 2015

Initiation au logiciel d'optimisation GAMS.

Cet atelier peut être réalisé avec la version gratuite de GAMS. Cette version limite le nombre de variables, de contraintes et de solveur.

<http://www.gams.com/download/>

Un code déjà opérationnel vous est fourni permettant de prendre en main le logiciel GAMS.

Un document d'introduction au Logiciel GAMS, réalisé par le Professeur Jean-Michel Reneaume (ENSGTI - Pau), est aussi proposé.


Atelier encadré par :

- Fabien Marty
- Théophile Mertz

Réalisation :

- Sylvain Serra
- Jean-Michel Reneaume
(LATEP, ENSGTI)

Lundi 26/10



Objectifs

L'objectif est de déterminer le réseau d'échangeurs de chaleur qui minimise le coût total annuel tout en satisfaisant les spécifications sur les températures des différents courants.

Le coût total annuel prend en compte le coût d'investissement lié aux différents échangeurs à contre courant ainsi que le coût des utilités chaudes et froides.

Le problème traité ici est extrait de :

Yee, T F, and Grossmann, I E, *Simultaneous Optimization of Models for Heat Integration - Heat Exchanger Network Synthesis.*

Computers and Chemical Engineering 14, 10 (1990), 1151-1184.



Pour un exemple de deux courants chauds et deux courants froids, le tableau suivant donne les températures d'entrée (T_e) et de sortie (T_s), le produit du débit et de la capacité calorifique ($F.Cp$), le coefficient de transfert de chaleur (h) et le coût des utilités :

Courant	T_e [K]	T_s [K]	$F.Cp$ [kW.K]	h [$kWm^{-2}K^{-1}$]	Coût [$kW^{-1}an^{-1}$]	[€]
C_1	650	370	10	1		
C_2	590	370	20	1		
F_1	410	650	15	1		
F_2	350	500	13	1		
Vapeur	680	680		5	80	
Eau	300	320		1	15	

Le coût d'un échangeur est donné en €/an, par :

$5500 + 150Ae$ où Ae est l'aire d'échange en [m^2].

La différence minimale de température (Pinch) est fixée, dans un premiers temps, à 10 K.

1. Déterminer la superstructure du réseau d'échangeurs de chaleur.
2. Formuler le problème d'optimisation.
3. Résoudre le problème d'optimisation en utilisant le logiciel GAMS

Remarque : Afin d'éviter les difficultés numériques liées à la moyenne logarithmique - p. 11, on utilisera ici l'approximation proposée par Chen (1987) :

$$LMTD \approx \left[\frac{(dT_1 dT_2)(dT_1 + dT_2)}{2} \right]^{1/3}$$

A. Superstructure

La **superstructure** regroupe l'ensemble des schémas de procédé candidats, résultant des **alternatives structurelles**, parmi lesquels sera choisi le **procédé optimal**.



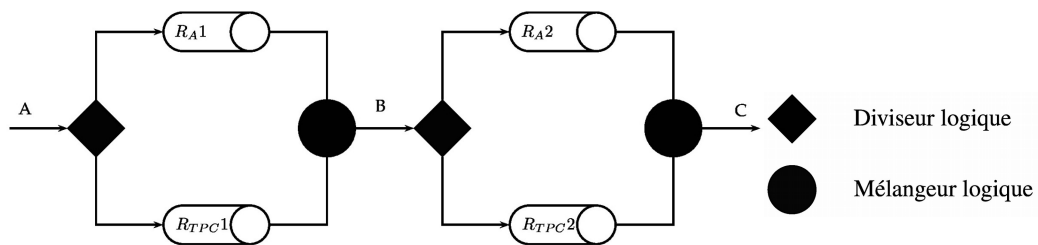
Exemple

Soit à synthétiser un produit C dans un procédé mettant en oeuvre deux réactions consécutives :

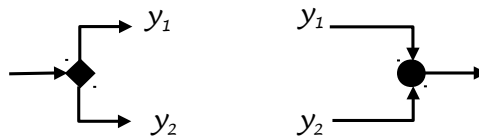


A chaque étape, l'**alternative** suivante s'offre à nous :

Réacteur adiabatique (R_A) ou à température constante aux parois (R_{TPC})



Rappel : Variables topologiques (binaires)

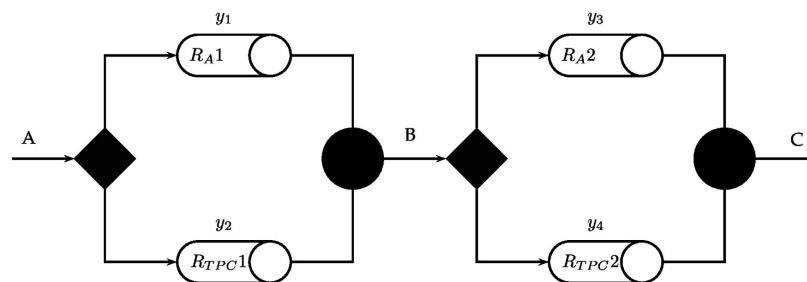


$y_i = 1 \rightarrow$ le courant et les unités associées existent

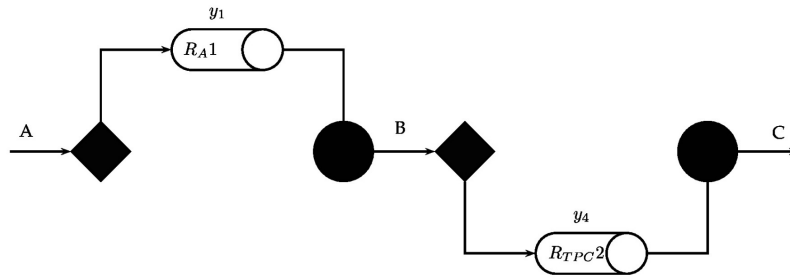
$y_i = 0 \rightarrow$ le courant et les unités associées n'existent pas



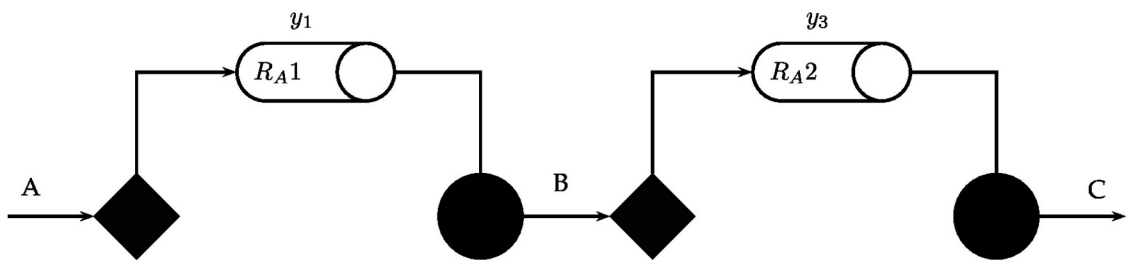
Exemple



Alternative 1 : $y = (1001)^T$



Alternative 2 : $y = (1010)^T$

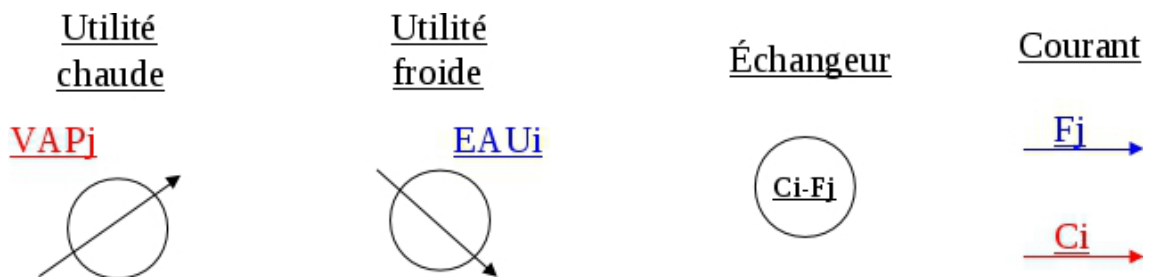


Définition : Hypothèses

- Échange adiabatique
- Échange à contre courant
- Pas de division des courants
- Interdiction de refroidir (resp. réchauffer) un courant froid (resp. chaud)
- Couplage avec les utilités en fin de réseau uniquement
- Un couplage unique entre deux courants



Conseil



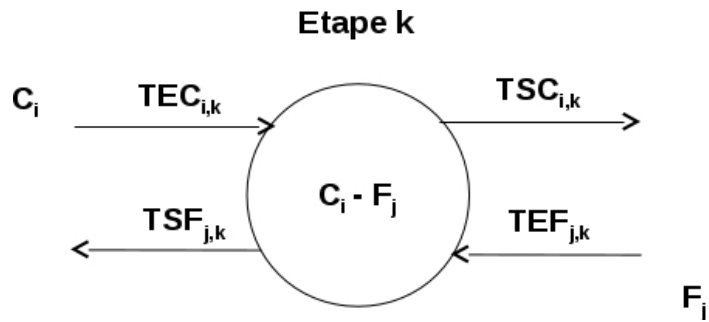
Fondamental

Superstructure (cf. Superstructure p 11)

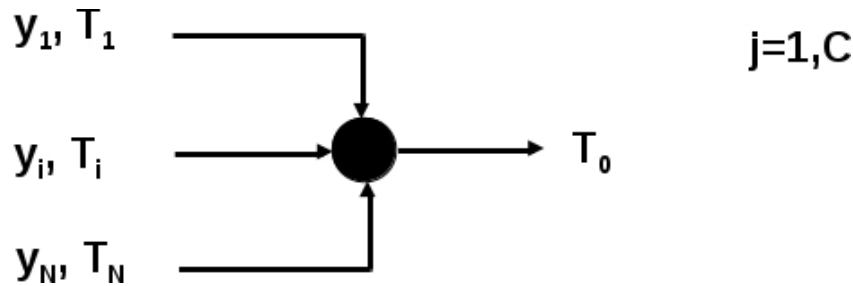
B. Formulation du problème

Points de réflexion :

- Températures



- variables mixtes



La température T_0 du courant sortant doit être égale à celle du seul courant existant !

$$\sum_{i=1}^N y_i = 1$$

$$T_0 \geq T_i - M(1 - y_i) \text{ si } y_i = 1 \text{ alors } T_i \leq T_0 \leq T_i \text{ soit } T_i = T_0$$

$$T_0 \leq T_i + M(1 - y_i) \text{ si } y_i = 0 \text{ alors } -M \leq T_0 \leq M$$

1. Données

i : indice des courants chauds , $i \in C = 1, NC$, NC est le nombre de courants chauds

j : indice des courants froid , $j \in F = 1, NF$, NF est le nombre de courants froid

k : indice des étapes, $k \in E = 1, NE$, NE est le nombre d'étapes

FCp_i : Produit du débit et de la capacité calorifique du courant chaud i , [$kW K^{-1}$]

FCp_j : Produit du débit et de la capacité calorifique du courant froid j , [$kW K^{-1}$]

T_i^e : Température d'entrée du courant chaud i

T_i^s : Température de sortie du courant chaud i

T_j^e : Température d'entrée du courant froid j

T_j^s : Température de sortie du courant froid j

- T_{eau}^e : Température d'entrée de l'utilité froide (eau)
 T_{eau}^s : Température de sortie de l'utilité froide (eau)
 T_{vap} : Température d'entrée et de sortie de l'utilité chaude (vapeur saturée)
 $qc_i^{tot} = (T_i^e - T_i^s) FCP_i$: Puissance totale échangée par le courant chaud i
 $qf_j^{tot} = (T_j^s - T_j^e) FCP_j$: Puissance totale échangée par le courant froid j
 h_i : Coefficient de transfert de chaleur du courant chaud i , $kW m^{-2} K^{-1}$
 h_j : Coefficient de transfert de chaleur du courant froid j , $kW m^{-2} K^{-1}$
 h_{eau} : Coefficient de transfert de chaleur de l'utilité froide $kW m^{-2} K^{-1}$
 h_{vap} : Coefficient de transfert de chaleur de l'utilité chaude $kW m^{-2} K^{-1}$
 $U_{i,j} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_j}}$: Coefficient global d'échange entre i et j
 $UF_i = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{eau}}}$: Coefficient global d'échange entre i et l'utilité froide
 $UC_j = \frac{1}{\frac{1}{h_j} + \frac{1}{h_{vap}}}$: Coefficient global d'échange entre j et l'utilité chaude
 C_{aire} : Coût de l'air des échangeurs
 C_{fix} : Coût fixe des échangeurs
 C_{eau} : Coût de l'utilité froide
 C_{vap} : Coût de l'utilité chaude
 dT^{min}, dT^{max} : Valeur minimale et maximale des différences de température

2. Variables

Variables libres :

Z : Fonction objectif

Variables positives [Borne inf ; Borne sup] :

- $q_{i,j,k}$: Puissance échangée, à l'étape k , entre le courant chaud i et le courant froid j
 quf_i : Puissance échangée entre le courant chaud i et l'utilité froide
 quc_j : Puissance échangée entre le courant froid j et l'utilité chaude
 $T_{i,k}^e$: Température d'entrée du courant chaud i dans l'étape k
 Intervalle de définition $[T_i^s ; T_i^e]$
 $T_{i,k}^s$: Température de sortie du courant chaud i dans l'étape k
 Intervalle de définition $[T_i^s ; T_i^e]$
 $T_{j,k}^e$: Température d'entrée du courant froid j dans l'étape k
 Intervalle de définition $[T_j^s ; T_j^e]$
 $T_{j,k}^s$: Température de sortie du courant froid j dans l'étape k

Intervalle de définition $[T_j^s ; T_j^e]$

$dT_{i,j,k}^g$: Différence de température, à gauche de l'étape k , entre le courant chaud i et le courant froid j

Intervalle de définition $[dT^{min} ; dT^{max}]$

$dT_{i,j,k}^d$: Différence de température, à droite l'étape k , entre le courant chaud i et le courant froid j

Intervalle de définition $[dT^{min} ; dT^{max}]$

$dTuf_i$: Différence de température, à gauche de l'échangeur, entre le courant chaud i et l'utilité froide

Intervalle de définition $[dT^{min} ; dT^{max}]$

$dTuc_j$: Différence de température, à droite de l'échangeur, entre le courant froid j et l'utilité chaude

Intervalle de définition $[dT^{min} ; dT^{max}]$

Variables binaires :

$y_{i,j,k}$: Couplage, à l'étape k , entre le courant chaud i et le courant froid j

yuf_i : Couplage entre le courant chaud i et l'utilité froide

yuc_j : Couplage entre le courant froid j et l'utilité chaude

3. Contraintes

Bilan global sur chaque courant :

Courants chauds

$$qc_i^{tot} = \sum_{k \in E} \sum_{j \in F} q_{i,j,k} + quf_i \quad \text{avec } i \in C$$

Courants froids

$$qc_j^{tot} = \sum_{k \in E} \sum_{i \in C} q_{i,j,k} + quc_j \quad \text{avec } j \in F$$

Bilan par étape et par courant :

Courants chauds

$$(T_{i,k}^e - T_{i,k}^s) FCP_i = \sum_{j \in F} q_{i,j,k} \quad \text{avec } i \in C, k \in E$$

Courant froids

$$(T_{j,k}^s - T_{j,k}^e) FCP_j = \sum_{i \in C} q_{i,j,k} \quad \text{avec } j \in F, k \in E$$

Bilan sur les utilités :

Utilités froides

$$(T_{i,NE}^s - T_i^s) FCP_i = quf_i \quad \text{avec } i \in C$$

Utilités chaudes

$$(T_j^s - T_{j,1}^s) FCP_j = quc_j \quad \text{avec } j \in F$$

Connexion des températures d'entrée :

Courants chauds

$$T_{i,k}^s = T_{i,k+1}^e \text{ avec } i \in C, k = [1 ; NE - 1]$$

Courants froids

$$T_{j,k}^e = T_{j,k+1}^s \text{ avec } j \in F, k = [1 ; NE - 1]$$

Affectation des températures d'entrée :

Courants chauds

$$T_{i,1}^e = T_i^e \text{ avec } i \in C$$

Courants froids

$$T_{j,NE}^e = T_j^e \text{ avec } j \in F$$

Couplage :

Chaud/Froid

$$q_{i,j,k} \leq y_{i,j,k} \text{Max}(qc_i^{tot}, qf_j^{tot}) \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

Chaud/utilité

$$quf_i \leq yuf_i \cdot qc_i^{tot} \text{ avec } i \in C$$

Froid/utilité

$$quc_j \leq yuc_j \cdot qf_j^{tot} \text{ avec } j \in F$$

Topologie - un seul couplage par étape :

courants chauds

$$\sum_{j \in F} y_{i,j,k} \leq 1 \text{ avec } i \in C, k \in E$$

courants froids

$$\sum_{i \in C} y_{i,j,k} \leq 1 \text{ avec } j \in F, k \in E$$

Différence de température à gauche (cas général et utilité froide) :

$$dT_{i,j,k}^g \leq T_{i,k}^e - T_{j,k}^s + dT^{max}(1 - y_{i,j,k}) \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

$$dTuf_i \leq T_{i,NE}^s - T_{eau}^s + dT^{max}(1 - yuf_i) \text{ avec } i \in C$$

Différence de température à droite (cas général et utilité chaude) :

$$dT_{i,j,k}^d \leq T_{i,k}^s - T_{j,k}^e + dT^{max}(1 - y_{i,j,k}) \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

$$dTuc_j \leq T_{vap} - T_{j,1}^s + dT^{max}(1 - yuc_j) \text{ avec } j \in F$$

Connexion des différences de températures E/S entre les étapes ()

$$dT_{i,j,k}^d = dT_{i,j,k+1}^g \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

4. Fonction objectif :

$$\begin{aligned}
 z = & C_{fix} \left(\sum_{i \in C} \sum_{j \in F} \sum_{k \in E} y_{i,j,k} + \sum_{i \in C} y_{uf_i} + \sum_{j \in F} y_{uc_j} \right) \\
 & + C_{eau} \sum_{i \in C} q_{uf_i} + C_{vap} \sum_{j \in F} q_{uc_j} \\
 & + C_{aire} \frac{\sum_{i \in C} \sum_{j \in F} \sum_{k \in E} q_{i,j,k}}{U_{i,j} LMTD(dT_{i,j,k}^g, dT_{i,j,k}^d)} \\
 & + C_{aire} \frac{\sum_{i \in C} q_{uf_i}}{U_{i,eau} LMTD(dT_{uf_i}, T_i^s - T_{eau}^e)} \\
 & + C_{aire} \frac{\sum_{j \in F} q_{uc_j}}{U_{j,vap} LMTD(T_{vap}^e - T_j^s, dT_{uc_j})}
 \end{aligned}$$

avec :

$$LMTD(dT_1, dT_2) \approx \left[dT_1 dT_2 \frac{(dT_1 + dT_2)}{2} \right]^{1/3}$$

a) Initialisation des variables

$$q_{i,j,k} = \text{Min}(q_{i,tot}, q_{j,tot}) \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

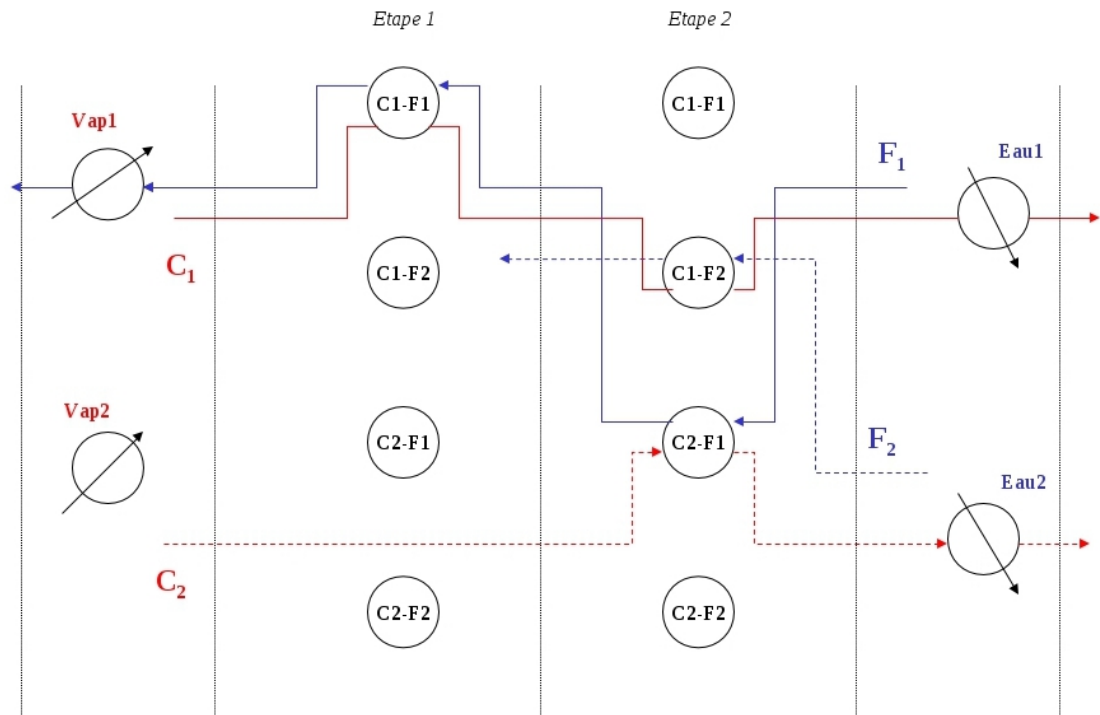
$$T_{i,k}^e = T_{i,k}^s = T_i^e \text{ avec } i \in C, k \in E$$

$$T_{j,k}^e = T_{j,k}^s = T_j^e \text{ avec } j \in C, k \in E$$

$$dT_{i,j,k}^g = dT_{i,j,k}^d = (T_i^e - T_j^e) \text{ avec } i \in C, j \in F, k \in E$$

$$dT_{uf_i} = (T_i^e - T_{eau}^e) \text{ avec } i \in C$$

$$dT_{uc_j} = (T_{vap}^e - T_j^e) \text{ avec } j \in F$$



Structure optimale du cas 1



Conclusion

Maintenant, c'est à vous de jouer en modifiant ce code.

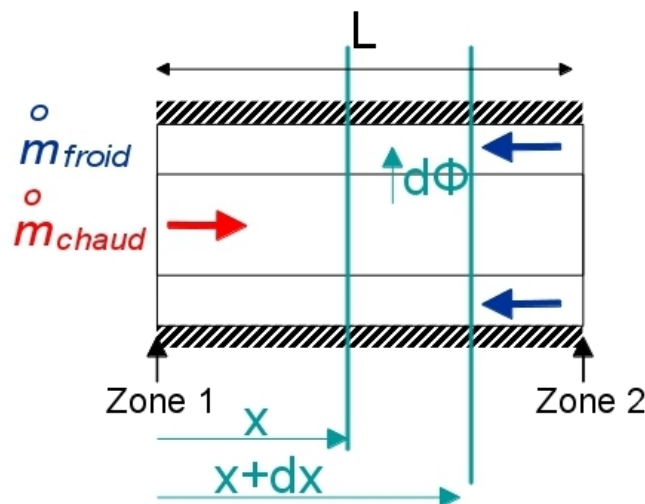
Par exemple :

1. Pour des raisons de sécurité, il est interdit de coupler le courant chaud C_1 et le courant froid F_1 .
Formuler et résoudre le problème.
2. Étudier l'influence de la différence minimale de température en la diminuant de 10 K à 1 K .
3. Créer une nouvelle fonction objectif minimisant la puissance consommée par les utilités chaude et froide.
4. ...

Ressources annexes

- Moyenne logarithmique

Rappel



Exemple Contre-courant

$$\Phi = \overline{h_{eq}} \pi D_i L \frac{(T_{chaud}^2 - T_{froid}^2) - (T_{chaud}^1 - T_{froid}^1)}{\ln \left(\frac{T_{chaud}^2 - T_{froid}^2}{T_{chaud}^1 - T_{froid}^1} \right)}$$

Superstructure

